

## Lösung Station 11: Begründen

1. Die Bestimmungsgleichung des Goldenen Schnittes für die angegebene Skizze lautet:

$$\boxed{\frac{\overline{AB}}{\overline{AG}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$$

2. Folgende Beziehungen lassen sich an der Konstruktionsskizze entdecken:

- $|\overline{AD}| = |\overline{AG}|$
- $|\overline{CD}| = |\overline{CB}|$
- $|\overline{CB}| = |\frac{1}{2} \overline{AB}|$
- $|\overline{AC}| = |\overline{AD}| + |\overline{CD}| \quad \Leftrightarrow \quad |\overline{AD}| = |\overline{AC}| - |\overline{CD}|$
- nach Pythagoras gilt:

$$\begin{aligned} |\overline{AC}|^2 &= |\overline{AB}|^2 + |\overline{CB}|^2 \\ &= |\overline{AB}|^2 + \left|\frac{1}{2} \overline{AB}\right|^2 \\ &= |\overline{AB}|^2 + \frac{1}{4} |\overline{AB}|^2 \\ &= \frac{5}{4} |\overline{AB}|^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |\overline{AC}| = \frac{\sqrt{5}}{2} |\overline{AB}|$$

---

## Lösung Station 11: Begründen

---

3. Die Begründung lautet:

$$\begin{aligned}\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AG}|} &= \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AD}|} && \text{denn } |\overline{AG}| = |\overline{AD}| \\ &= \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AC}| - |\overline{CD}|} && \text{denn } |\overline{AD}| = |\overline{AC}| - |\overline{CD}| \\ &= \frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AC}| - |\frac{1}{2}\overline{AB}|} && \text{denn } |\overline{CD}| = |\overline{CB}| = \left|\frac{1}{2}\overline{AB}\right| \\ &= \frac{|\overline{AB}|}{\frac{\sqrt{5}}{2}|\overline{AB}| - \frac{1}{2}|\overline{AB}|} && \text{nach Pythagoras: } \overline{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}|\overline{AB}| \\ &= \frac{1}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}-1} \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}-1} \cdot \overbrace{\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}}^{=1} && \text{geschickte Erweiterung!} \\ &= \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} && \text{3. binomische Formel} \\ &= \frac{1+\sqrt{5}}{2}\end{aligned}$$

Somit ist gezeigt, dass gilt:

$$\boxed{\frac{|\overline{AB}|}{|\overline{AG}|} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$