

**Staatliches Studienseminar
für das Lehramt für die Sekundarstufe II
Bonn**

Fachseminar Mathematik

Entwurf zum Stationenlernen

„Der Goldene Schnitt“

Fachseminarleiterin: Frau Nelles

Referendare: Martina Schmidtke, Axel Weißmann, Brigitte Angstmann

Thema der Unterrichtsreihe: Geometrische Streckenverhältnisse in verschiedenen Kontexten

Thema der Unterrichtseinheit: Einführung in experimentelles und algebraisch-strukturelles Arbeiten anhand des Goldenen Schnittes

Zentrales Ziel der Unterrichtseinheit: Die Schüler sollen selbständig ein Teilgebiet der Mathematik erarbeiten und einige der innermathematischen Bezüge des Goldenen Schnittes entdecken, dabei aber auch den fächerverbindenden Charakter kennen lernen.

Teilziele: Die Schüler sollen

- mit Hilfe verschiedener Repräsentationsebenen den Goldenen Schnitt entdecken.
- ihre Entdeckungen in algebraischer Schreibweise formalisieren.
- den Goldenen Schnitt auf der Basis unterschiedlicher Lerneingangskanäle konstruieren.
- auf verschiedenen innermathematischen Niveaus eine Begründung für das Konstruktionsverfahren finden.

1. Konzeption der Unterrichtsreihe

Der Goldene Schnitt gehört nicht zu den obligatorischen Inhalten der Jahrgangsstufe 9. Dennoch bietet sich eine Behandlung dieses Themenkomplexes im Zusammenhang mit den Ähnlichkeitsabbildungen an.

Die Behandlung des Goldenen Schnittes wird insbesondere der Forderung nach einem anwendungsorientierten Mathematikunterricht gerecht. Daher nutzen wir die verschiedenen Anwendungen aus, um den Schülern unterschiedliche Zugänge zu ermöglichen. Des Weiteren können zahlreiche innermathematische Bezüge hergestellt werden. Dabei beschränken wir uns aus zeitlichen und organisatorischen Gründen auf die Betrachtung über Teilverhältnisse und quadratische Gleichungen. Weitere Teilgebiete wie beispielsweise die Fibonacci-Folgen, die Goldenen Spiralen, die Kettenbrüche, die Chaostheorie und die Platonischen Körper bleiben außen vor.

Bei der Einführung wird ein fächerübergreifender Bezug zur Kunst hergestellt. Für das weitere Vorgehen wird jedoch auf die innermathematische Systematik zurückgegriffen. Ausgehend vom Entdecken des Goldenen Schnittes gelangen die Schüler über eine Informationsstation zur Konstruktion und anschließend zu deren Beweis.

Durch das Stationenlernen werden zudem soziale Kompetenzen geschult, da die Schüler bei der Bearbeitung der einzelnen Stationen auf die Hilfe ihrer Mitschüler angewiesen sind und einige Stationen für die Partnerarbeit konzipiert sind.

Zudem wurde bei der Entwicklung dieser Unterrichtssequenz ein besonderer Schwerpunkt auf die Möglichkeiten der Selbstkontrolle gelegt.

2. Didaktischer Kommentar

Stationen 1 bis 5 – Entdecken (Einstieg anhand der Brunerschen Repräsentationsebenen)

Die Stationen 1, 2 und 5 stellen einen überwiegend enaktiven, die Station 3 einen ikonischen und die Station 4 einen eher symbolischen Einstieg in das Thema „Goldener Schnitt“ dar. Die Schüler sollen experimentell herausfinden, ob Ihr Harmonieempfinden mit dem der Mehrheit der Menschen übereinstimmt. Hinsichtlich dieses experimentellen Aspekts ähnelt die erste Station der zweiten – mit dem Unterschied, dass dort die Untersuchung dreidimensional vorgenommen wird.

Die Schüler handeln an der ersten und zweiten Station zunächst enaktiv, indem sie zum einen verschiedene Rechtecke auf dem Holzbrett (mit Korkbezug) mit Pinnen abstecken und mit Gummiringen aufspannen und zum anderen die Pyramidenhöhe variieren. Da der Schüler zu diesem Zeitpunkt allenfalls eine intuitive Vorstellung des Harmoniebegriffs hat, soll die Partnerarbeit zu einer Diskussion über den Begriff anregen.

Die Schüler werden in der dritten Station zunächst mit Kunstwerken, in denen die Künstler den Goldenen Schnitt eingesetzt haben, konfrontiert. Auch an dieser Station soll die Ursache für die harmonische Wirkung entdeckt werden.

Die Stationen 4 und 5 weisen unterschiedliche Einstiege für den Goldenen Schnitt auf (symbolisch und enaktiv), führen aber beide auf die Figur des Pentagramms. Bei der vierten Station wurde ein besonderer Wert auf das genetische Lernen gelegt. Durch die Einbindung

von historischen Aspekten sollen die Schüler für die Entwicklung der Mathematik sensibilisiert werden.

Die Station 5 beginnt (wahrscheinlich) für den Schüler mit einer kleinen Überraschung: Er wird bei einem so einfachen Faltvorgang wohl nicht die Figur des regelmäßigen Fünfecks erwarten! Wobei es das Pentagramm noch zu entdecken gilt. Am schönsten sieht man diese Figur, wenn man den Knoten aus Transparenzpapier gegen das einfallende Fensterlicht hält.

Der zweite Teil des Arbeitsblattes geht weg von der enaktiven beziehungsweise symbolischen Ebene hin zur ikonischen. Die harmonische Teilungen im Pentagramm soll nun entdeckt werden.

Dazu erscheint uns bei allen Stationen eine relativ enge Führung sinnvoll, d.h. dem Schüler werden sehr detaillierte Arbeitsaufträge (Angabe der zu messenden Strecken, ins Verhältnis setzen der Streckenlängen) gegeben.

Abschließend sollen die Schüler ihre Beobachtung an den Längenverhältnissen wieder mathematisieren – also die Definitionsgleichung des Goldenen Schnitts aufstellen.

Erfahrungsgemäß sind an dieser Stelle Schwierigkeiten zu erwarten. Deswegen haben wir uns für eine offene Art der Antwort entschieden, d.h. die Schüler haben die Möglichkeit, ihre Beobachtungen auch in Worten zu beschreiben.

Station 6 – Informieren

In dieser Station werden die Beobachtungen aus den vorangegangenen Stationen in der mathematischen Definition des Goldenen Schnittes festgehalten (Ergebnissicherung). Indem die Schüler die Längen der Strecken in das Goldene Verhältnis setzen, gelangen sie zu einer quadratischen Gleichung. Die Lösung der Gleichung ist den Schülern bereits aus den vorherigen Berechnungen der Verhältnisse bekannt. An dieser Stelle schien uns die Reflexion über die Ergebnisse und die Erkennung der Zusammenhänge besonders wichtig.

Da die Schüler an dieser Stelle nicht an den Defiziten in ihrem Vorwissen scheitern sollen, liegen an der Hilfestation nützliche Tipps aus.

Stationen 7 bis 10 – Konstruieren

(Konstruktion über verschiedene Lerneingangskanäle nach Vester)

Bei diesem Themenbereich wurden verschiedene Lerneingangskanäle berücksichtigt.

Die siebte Station bietet einen auditiven Zugang für die Konstruktion mit Zirkel und Lineal. Die Konstruktionsbeschreibung per Walkman soll Schritt für Schritt ausgeführt werden. Dabei wird dem Schüler durch die Stopp-, Vorwärts- und Rückwärtstaste ein individuelles Lerntempo ermöglicht.

An der achten Station erhalten die Schüler eine visuelle, dynamische Darbietung der Konstruktion in Form des „Folienbuchs“ (Overlayverfahren) und sollen dazu eine Konstruktionsbeschreibung formulieren.

Die Station 9 ähnelt sehr der vorherigen, denn auch hier wird wieder das Arbeitsmaterial dynamisch visuell geliefert. Dieses Mal soll der Schüler mit Hilfe von zwei Computeranimationen eine Konstruktionsbeschreibung verfassen und diese anschließend an einem Beispiel durchführen.

Die erste Simulation ist ein kleiner Film, der alle Konstruktionsschritte in gebotener Geschwindigkeit zeigt. Anhand dieser Simulation soll der Schüler einen Überblick über den gesamten Konstruktionsablauf bekommen.

Da man einen Film in diesem Dateiformat nicht anhalten kann, ist er ungeeignet, um mit seiner Hilfe die genaue Konstruktionsbeschreibung zu verfassen. Deshalb gibt es eine zweite „Animation“, die aus Standbildern besteht und sich über die Tastatur steuern lässt.

Anschließend findet eine Sicherung in Form einer Übung statt; dies gilt auch für Station 8. In dieser Übungsphase wird auch immanent die Konstruktion eines Mittelpunktes sowie eines Lots wiederholt.

An der zehnten Station erhalten die Schüler einen statisch-visuellen Zugang zur Konstruktion des Goldenen Schnittes. Die Konstruktionsbeschreibung liegt in einem Text vor und soll schrittweise vollzogen werden.

Abschließend sollen die Schüler bei allen Stationen ihre Konstruktion durch Messung zunächst selbst kontrollieren, wodurch noch einmal die Definition des Goldenen Schnittes wiederholt wird. Natürlich steht ihnen darüber hinaus auch eine Ergebniskontrolle durch eine Lösungsfolie zur Verfügung.

Stationen 11 und 12 – Begründen

Die beiden Stationen des Begründens stellen ohne Zweifel die schwierigsten dar. Ohne Hilfe dürfte wohl kein Schüler dieser Klasse den Beweis führen können.

Das Arbeitsblatt für Station 11 gliedert sich in zwei Teile:

Im ersten Teil soll der Schüler die zum Beweis notwendigen Erkenntnisschritte entdecken, wobei ihm klar gemacht wird, dass diese Erkenntnisse später für die Beweisführung gebraucht werden. Dieses Vorgehen hat zwei Vorteile:

1. Zum einen werden die Erkenntnisschritte vom eigentlichen Beweis abgekoppelt, d.h. auch Schüler, die mental bei Beweisführungen blockieren, haben die Möglichkeit diesen ersten Teil des Aufgabenblattes zu bearbeiten. Sollten diese Schüler den Beweis an sich nicht schaffen, so werden sie zumindest dem Beweisgang bei einer späteren Präsentation in der Nachbesprechung besser folgen können.
2. Die Schüler erarbeiten sich zuerst die notwendigen Erkenntnisse und versuchen diese später im eigentlichen Beweisgang zu verwerten.

Im zweiten Teil soll dann der Beweis selbst geführt werden, wobei es an dieser Stelle schwer fällt, noch weitere Tipps in schriftlicher Form auf dem Arbeitsblatt zu formulieren.

Bei dem zweiten Beweis in Station 12 stellen die Schüler zwei unterschiedliche Gleichungen auf, eine Gleichung ergibt sich aus der Konstruktion (Satz des Pythagoras), die andere aus dem Verhältnis der Teilstrecken. Im folgenden soll dann die Äquivalenz der beiden Gleichungen gezeigt werden.

3. Literaturverzeichnis:

Schulbücher:

Lambach Schweizer 9, Ausgabe Gymnasium NRW, Düsseldorf, 2000.

Mathematik plus, Gymnasium Klasse 9, Ausgabe NRW, Berlin, 2002.

Sonstige Literatur:

Beutelspacher, Albrecht: Der Goldene Schnitt, Mannheim, 1989.

Hagenmaier, Otto: Der Goldene Schnitt, München, 1977.

Walser, Hans: Der Goldene Schnitt, Stuttgart Leipzig, 1993.

Internet Unterrichtseinheit:

<http://did.mat.uni-bayreuth.de/mmlu/goldenerschnitt/lu>

Internet Informationen:

- <http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibInArt.html>
- <http://cip.physik.uni-wuerzburg.de/~htkramer/schnitt>