

Zentrum für schulpraktische Lehrerbildung Bonn

Seminar für das Lehramt an Gymnasien und Gesamtschulen Bonn

Tel: 0228 96 94 32 16, Fax: 0228 9694 32 18, Godesberger Allee 136, 53175 Bonn,
seminar-gyge@zfs-bonn.nrw.de und <http://www.zfs-bonn.nrw.de/>

Schriftliches Unterrichtskonzept für die unterrichtspraktische Prüfung im Fach Mathematik

Referendarin: Sarah Halft

Datum: 09.11.2011

Schule: Siegtal-Gymnasium Eitorf

Klasse: 6d

Zeit: 9:25 Uhr bis 10:10 Uhr

Raum: 2

Prüfungskommission: Wolfgang Knoch, Maria Nelles, Markus Niklas, Stefan Wester

Vorsitzender: Wolfgang Knoch

Fremder Seminarprüfer: Markus Niklas

Gewählte Seminarprüferin: Maria Nelles

Schulvertreter: Stefan Wester

Fachlehrerin: Katja Löhr

Ausbildungskoordinatorin: Gudrun Villwock

Thema der Unterrichtseinheit: Strategien entwickeln – mathematische Probleme lösen

Thema der vorhergehenden Doppelstunde: Zaubertricks mit Münzen

Thema der Unterrichtsstunde: Strategien zum Problemlösen:

Rückwärtsarbeiten anhand einer Varianter einer „7 Tore Aufgabe“

Thema der nächsten Stunde: Vertiefende Aufgaben zum Rückwärtsarbeiten

Zentrales Stundenziel: Die Schüler¹ erarbeiten die Strategie des Rückwärtsarbeitens, indem sie durch kooperative Lernmethoden ihr bisherigen Wissen zu Problemlöse-strategien (z.B. systematisches Probieren, Nutzen von Skizzen) nutzen und auf eine „5-Tore-Aufgabe“ anwenden, um diese zu lösen.

¹ Aufgrund sprachlicher Vereinfachung werde ich im Folgenden für Schülerinnen und Schüler nur noch die Bezeichnung Schüler verwenden. Eine Ausnahme mache ich nur dann, wenn der Kontext eine Unterscheidung verlangt.

1 Teillernziele der Stunde

inhaltsbezogene Kompetenzen

1. Die Schüler ermitteln eine Lösung zur 5-Tore Aufgabe, indem sie ihr bisheriges Wissen über Problemlösestrategien anwenden (z.B. systematisches Probieren, Nutzen von Skizzen) und ggf. weiter vertiefen, indem sie (zunächst unbewusst) die Strategie des Rückwärtsarbeitens nutzen. (AFB 2)
2. Sie leiten anhand der 5 Tore Aufgabe zentrale Merkmale für die Problemlösestrategie des Rückwärtsarbeitens her (z.B. mit der Antwort beginnen und rückwärts rechnen; beim Rückwärtsrechnen werden alle mathematischen Operationen umgekehrt). (AFB 2)
3. Evtl.: Sie reflektieren, bei welcher Art von Aufgaben sich die Strategie des Rückwärtsarbeitens anbietet, indem sie exemplarisch zwei Zahlenmauern untersuchen. (AFB 3)

prozessbezogene Kompetenzen

Kommunizieren/Argumentieren

4. Die Schüler arbeiten bei der Lösung des Arbeitsblattes und dabei auftretenden Problemen im Team. (AFB 1)
5. Sie erklären und präsentieren eigene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen. (AFB 2)

Problemlösen

6. Die Schüler lösen problemorientierte Textaufgaben (z.B. 5 Tore Aufgabe, Muffin Aufgabe), indem sie Problemlösestrategien wie systematisches Probieren, Nutzen von Skizzen und vor allem das Rückwärtsarbeiten anwenden. (AFB 2)

Werkzeuge

7. Die Schüler dokumentieren ihre Lernwege und Ergebnisse in ihrem Logbuch. (AFB 1)

2 Einbettung der Stunde in den Reihenkontext

Stunde	Thema der Stunde	Inhaltlicher Schwerpunkt
8.	Münzen und Zaubertricks	Die Schüler vernetzen ihr Wissen zum systematischen Probieren und dem Nutzen von Tabellen, indem sie einen Münztrick anhand des dazugehörigen Rechenwegs entschlüsseln.
9.	Rückwärtsarbeiten anhand einer 5 Tore Aufgabe	Erarbeitung einer bisher unbekanntem Strategie: Rückwärtsarbeiten
10.	Weitere Aufgaben zum Rückwärtsarbeiten	Die Lernenden vertiefen ihr Verständnis im Umgang mit der neuen Strategie und vernetzen diese mit den schon Bekannten.
11./12.	Kombiniertes Vor- und Rückwärtsarbeiten	Die Schüler lösen eine Rätselaufgabe, bei der 12 Informationen ermittelt werden müssen, die zusammengehören, mithilfe einer Tabelle.

inhalts-
bezogene
Kompetenzen

prozess-
bezogene
Kompetenzen

Überblick
über die
Unterrichts-
reihe

3 Voraussetzungen der Lerngruppe

Die Klasse besteht aus 29 Schülern, davon 14 Mädchen und 15 Jungen. Diese sitzen an sieben Gruppentischen. In kooperativen Arbeitsphasen sind die Schüler es gewöhnt, sich innerhalb ihrer Gruppe über mathematische Probleme und Aufgaben auszutauschen und sich dabei gegenseitig zu unterstützen. Damit diese positiv ausgeprägte Teamfähigkeit für alle nutzbar gemacht werden kann und vor allem schwächere Schüler von den Stärkeren profitieren können, arbeiten die Schüler in bewusst festgelegten Schülergruppen.

Die Schüler haben für das Thema „Probleme-Lösen“ ein so genanntes „Logbuch“, eine Form des Lerntagebuches, angelegt. Dazu haben sie ein Deckblatt bekommen, das sie individuell gestalten und anschließend auf ein normales Mathe-Heft aufkleben konnten. Damit können sie den Prozess des Entdeckens der oft vielfältigen, möglichen Lösungswege und gefundene Problemlösestrategien besser nachvollziehen und reflektieren. Sie notieren nicht nur Ergebnisse, sondern vor allem Überlegungen, Entdeckungen, Ideen, Vermutungen, Vorgehensweisen und Dinge, die nicht geklappt haben. Das Lerntagebuch soll dabei helfen, nicht nur inhalts-, sondern vor allem prozessbezogene Kompetenzen zu fördern.

In der Literatur wird zwischen heuristischer Strategie bzw. heuristischem Hilfsmittel unterschieden.² Im Kontext der Unterrichtsreihe wurde dies im Sinne einer didaktischen Reduktion nicht weiter thematisiert, sondern die Schüler reflektierten ihre Vorgehensweisen unter dem Aspekt „Was hat uns geholfen, das Problem zu lösen?“. Dies wurde dann unter dem Oberbegriff „Problemlösestrategien“ zusammengefasst, da es mir weniger um die Oberbegriffe an sich, sondern vielmehr um die inhaltliche Herangehensweise ging.

Bezüglich dieser abgeänderten Definition von „Problemlösestrategien“ bringen die Schüler die Folgenden als fachliche Voraussetzung mit in die Stunde ein:

- systematisches Probieren
- Nutzen von Hilfsmitteln wie Skizzen, Tabellen oder Modellen
- Vorwärtsarbeiten: Diese Strategie ist so vertraut, dass sie unbewusst wie von selbst eingesetzt wird. Daher wurde sie nicht als Strategie begrifflich eingeführt. Trotzdem wird sie von Schülern unbewusst genutzt.

Zu dieser Stunde gab es keine vorbereitende Hausaufgabe. Die Schüler erhielten stattdessen eine Hausaufgabe zur Vertiefung der Problematik der letzten Stunde: Die Schüler sollten den „Münztrick“, den sie in der Stunde vorher erfolgreich entschlüsselt hatten, zu Hause an jemandem ausprobieren.

4 Legitimation des Unterrichtsgegenstands

Die fachbezogene Kompetenz, die in der durchgeführten Unterrichtsstunde im Vordergrund steht, ist die des Problemlösens. Sie ist eine Kernkompetenz und soll laut Lehrplan³ gemäß dem curricularen Spiralprinzip in den verschiedenen Jahrgangsstufen der Sekundarstufe eins immer wieder aufgegriffen und weiter vertieft werden.

² Bruder, Regina; Collet, Christina: Problemlösen lernen im Mathematikunterricht.

³ Ministerium für Schule: Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8)

kooperative
Lernformen

Logbuch

heuristische
Strategie

Vorwissen

Hausaufgabe

Bezug zum
KLP

Zudem ist es eins der zentralen Kapitel im Schulbuch Lambacher Schweizer 6, welches die Schüler nutzen: „IV Strategien entwickeln – Probleme lösen“⁴.

Problemlösen ist aber nicht nur in der Schule wichtig, sondern hat vor allem einen konkreten Lebensweltbezug: Tagtäglich werden wir mit kleinen, manchmal auch größeren Problemen konfrontiert: Damit Schüler diese Probleme nicht nur intuitiv, sondern möglicherweise durch den Einsatz bestimmter Strategien noch schneller oder besser lösen können, ist das Problemlösen Lernen (im Sinne von Methoden und Techniken zum Lösen individuell schwieriger Aufgaben und Herausforderungen kennen- und anwenden Lernen⁵) wichtig.

5 Didaktisch-methodischer Kommentar

Der Einstieg in die Stunde erfolgt über eine selbst erstellte Präsentation, die die Schüler schrittweise an die Aufgabenstellung heranführen soll. Dabei soll das Interesse und die Neugierde der Schüler für das Problem geweckt werden, um sie für die Erarbeitungsphase zu motivieren.

In der Erarbeitungsphase sollen die Schüler kooperativ zusammenarbeiten: Zunächst versuchen sie alleine das Problem zu lösen und besprechen sich nachher in ihrer Tischgruppe. Auf diese Weise können die Schüler Schlüsselkompetenzen wie Kooperations-, Kommunikations- und Teamfähigkeit entwickeln.

Die Komplexität der Aufgabenstellung wurde von mir so angepasst, da ich für die Aufgabe fünf Tore gewählt habe, um den Rechenaufwand zu reduzieren. Es geht mir in der Aufgabe weniger um die Ausführung der einzelnen Rechenoperationen, sondern vor allem um die Denkrichtung des „von hinten Anfangens“.

Das Arbeitsblatt ist absichtlich schon mit den benötigten Skizzen gestaltet worden, weil in dieser Stunde nicht die Erstellung einer Skizze im Fokus steht. Das wurde bereits in den Vorstunden trainiert, sodass die Schüler die angefangenen Skizzen hier direkt schon nutzen können. Da sie die Strategie des Rückwärtsarbeitens noch nicht kennen, gehe ich davon aus, dass sie es zunächst mit systematischem Probieren versuchen. Dementsprechend sind mehrere Skizzen auf dem Arbeitsblatt, sodass die Schüler verschiedene Versuche dort eintragen können.

Der Logbucheintrag soll in dieser Phase nur von den schnellen Schülern im Sinne der Binnendifferenzierung gemacht werden, da die Erfahrung der Vorstunden gezeigt hat, dass die Logbucheinträge sehr lange dauern. Da dieser Eintrag nicht grundlegend für diese Stunde ist, werde ich ihn im Sinne einer didaktischen Reduktion an dieser Stelle nicht verpflichtend für alle machen.

Die Sicherungsphase wird mithilfe einer Folie stattfinden, damit die Schüler ihre Lösung anhand der Skizze erläutern und ihre Präsentationsfähigkeit weiter ausbauen können.

LS 6

Lebens-
welt-
bezug

Einstieg

kooperative
Erarbeitung

didaktische
Reduktion auf
5 Tore

Skizzen

Logbuch-
eintrag

Sicherung

⁴ Hußmann, u.a. 2006, S. 98-117

⁵ vgl. Bruder, R.; Collet, C. 2011, S. 14

Ich habe mich dazu entschieden, die beispielgebundene Begriffsbildung des „Rückwärtsarbeitens“ auf dieses eine Beispiel der 5 Tore Aufgabe zu beschränken, weil an diesem Beispiel die Strategie klar ersichtlich wird. Weitere Beispiele erachte ich daher als nicht zwingend notwendig für die Begriffsbildung des Rückwärtsarbeitens.

Als Vertiefung habe ich verschiedene Aufgaben auf einem 2. Arbeitsblatt zusammengestellt, die je nach Zeit zum Einsatz kommen werden:

- ✚ Nr. 1: Die Muffinaufgabe dient als Vertiefung des Gelernten und soll von allen Schülern (mindestens mündlich) bearbeitet werden. Falls genug Zeit ist und die Schüler diese Aufgabe schriftlich erarbeiten, wird es für die leistungsschwächeren Schüler im Sinne der Binnendifferenzierung Tippkarten geben: Ähnlich wie bei der 5-Tore Aufgabe werden darauf Leerfelder zu sehen sein, die analog zum Aufgabenbeispiel vorher gefüllt werden müssen. Um auch die stärkeren Schüler zu fordern, habe ich diese Leerfelder auf dem Arbeitsblatt weggelassen.
- ✚ Nr. 2: Die Zahlenmauern stellen im eigentlichen Sinne kein Problem dar - sie sind beide sofort zu lösen. Allerdings geht man hier in einem Fall rückwärts, im anderen vorwärts vor. Diese Beispiele dienen also nicht der Erweiterung der Problemlösekompetenz, sondern der Begriffsschärfung des "Rückwärtsarbeitens" durch Abgrenzung vom "Vorwärtsarbeiten".
- ✚ Als binnendifferenzierte Hausaufgabe gibt es drei Aufgaben zur Auswahl, die einen unterschiedlichen Öffnungsgrad haben:
 - a) Die Analogie zur 5-Tore- bzw. der Muffin-Aufgabe richtet sich vor allem an leistungsschwächere Schüler, die zusätzliche Übungen zum Verständnis der Strategie brauchen. Bei dieser Aufgabe ist allerdings neu, dass in jedem Schritt mit anderen Zahlen gerechnet werden muss und sich so das Verständnis noch weiter vertiefen kann.
 - b) Diese Aufgabe ist teilweise geöffnet, da sich die Schüler eine Aufgabe zum Rückwärtsarbeiten mithilfe der vorhandenen Skizze ausdenken und anschließend selbst lösen sollen. Diese Aufgabe richtet sich an diejenigen, die das Rückwärtsarbeiten schon gut verinnerlicht haben und so eine weitere, analoge Übung hierzu (wie in Teil a) nicht mehr benötigen.
 - c) Hierbei handelt es sich um eine offene Aufgabe, bei der die Schüler sich die komplette Aufgabe ausdenken sollen. Dies richtet sich an die leistungsstarken Schüler der Klasse, weil sie hier in besonderem Maße gefordert sind.

6 geplanter Unterrichtsverlauf

Ich unterrichte diese Klasse für gewöhnlich nur in Doppelstunden, sodass ich mit einer realistischen Zeiteinteilung in dieser Einzelstunde besonders herausgefordert bin.

Zudem ist es beim Thema „Probleme-Lösen“ sehr schwierig die Zeit abzuschätzen. Manchmal kommen die Schüler sofort auf die richtige Lösung, manchmal brauchen sie dafür viel länger. Um diese Problematik zu berücksichtigen, habe ich verschiedene Stundenenden bedacht.

beispielgebundene
Begriffsbildung

Vertiefung

Tippkarten

Begriffsschärfung

binnendifferenzierte
HA

Phase	Inhalt	Lernziele	Medium	Sozialform
Einstieg	Die Legende des Wunschbrunnens		PowerPoint Präsentation	LV
Erarbeitung	Die Lernenden lösen die 5 Tore Aufgabe (Nr. 1+2)	1,4,5,6	Arbeitsblatt 1	EA/GA
„Für schnelle Denker“	Die Schüler dokumentieren ihre Vorgehensweise im Logbuch.	7	Logbuch	EA
Sicherung	Vorstellung der Ergebnisse. Gemeinsame Erarbeitung der Strategie des Rückwärtsarbeitens.	2,5,7	Folie, Logbuch	UG
Vertiefung	Die Schüler lösen die Muffin-Aufgabe (schriftlich/ mündlich, je nach Zeit)	6 (4,7)	Arbeitsblatt 2, Tippkarten, Logbuch	EA/GA
Sicherung	Besprechung der Aufgabe, Ausgeben der HA		Arbeitsblatt 2	UG

Verlaufsplan

Didaktische Reserve:

Besprechung der Zahlenmauern (Nr. 2) und Begriffsschärfung der Strategie des „Rückwärtsarbeitens“.

didaktische Reserve

8 Literaturliste

- Bruder, Regina; Collet, Christina: Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. 1. Auflage. Berlin 2011.
- Hußmann, u.a.: Lambacher Schweizer 6. Mathematik für Gymnasien. 1. Auflage. Stuttgart/Leipzig 2006.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen: Kernlehrplan für das Gymnasium-Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein-Westfalen. 1. Auflage 2007.
- Shapiro, Sharon: Knifflige Mathematikaufgaben strategisch lösen. Ab Klasse 5. 2. Auflage 2007.

9 Anhang

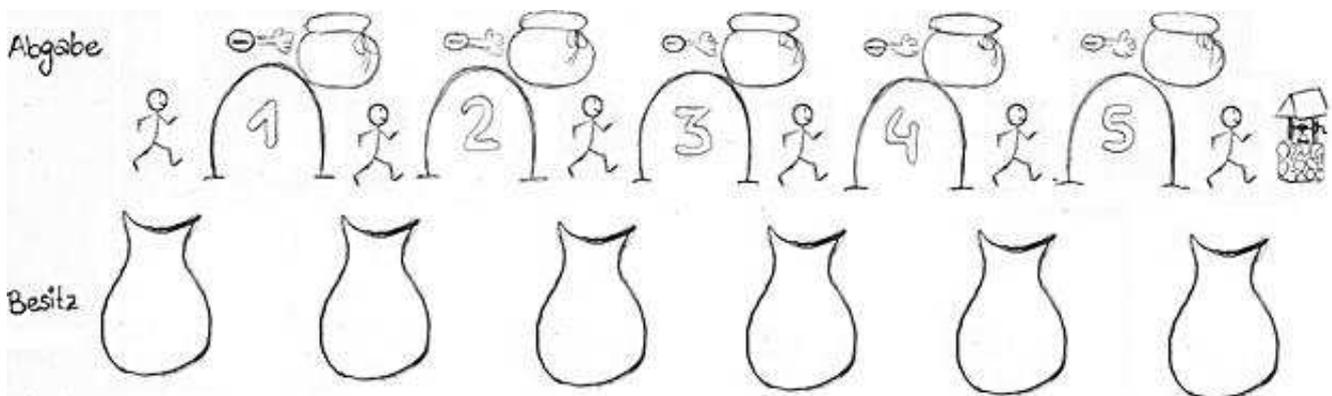
- Arbeitsblatt 1: Die Legende des Wunsch-Brunnens
- Arbeitsblatt 2: ausgewählte Aufgaben zum Rückwärtsarbeiten
- Tippkarten
- Selbstständigkeitserklärung

DIE LEGENDE DES WUNSCH-BRUNNENS

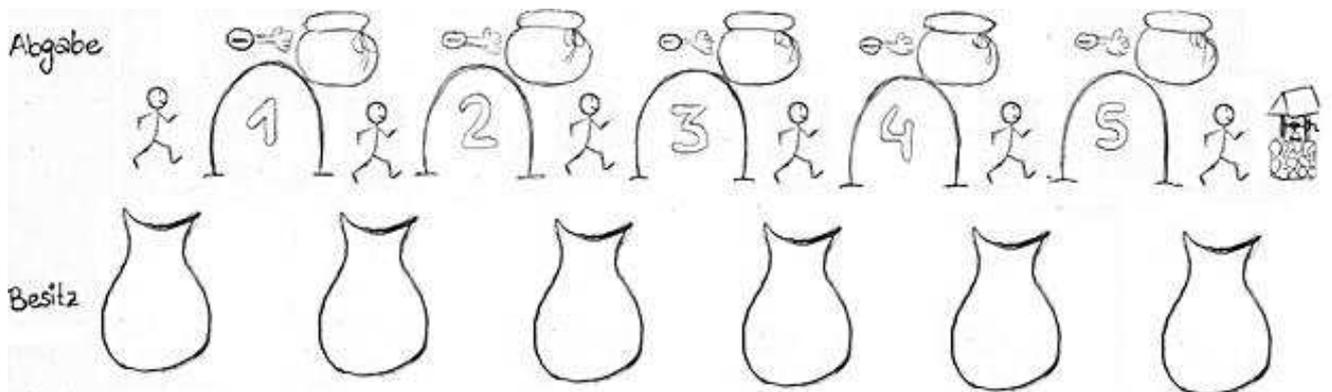
Um zum Brunnen zu gelangen, muss man durch insgesamt 5 Tore. Jeder Torwächter verlangt als Bezahlung mindestens die Hälfte eurer Geldmünzen. Laut der Legende braucht man am Ende wenigstens ein Geldstück, das man in den Brunnen wirft, damit der Wunsch in Erfüllung gehen kann.

- 1. Wie viele Münzen muss man als armer Schlucker mitnehmen, damit der Wunsch am Ende in Erfüllung gehen kann?** Du kannst zum Lösen des Rätsels die Skizzen unten benutzen!
- 2. Besprecht in eurer Tischgruppe, wie ihr bei eurer Suche nach der Antwort vorgegangen seid! Jeder von euch muss nachher eure Vorgehensweise in der Klasse erläutern können.**
- 3. *Für schnelle Denker: Schreibt eure Vorgehensweise ins Logbuch!**

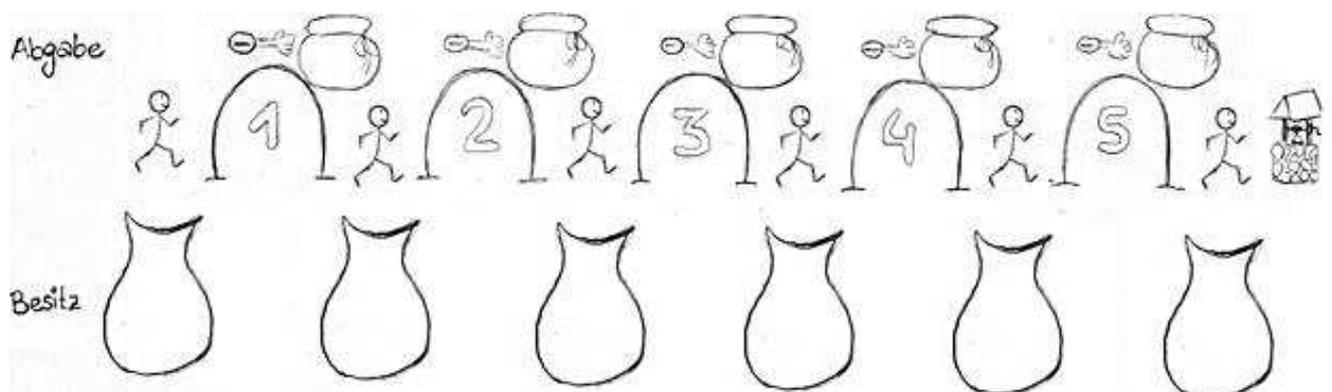
Versuch 1:



Versuch 2:



Versuch 3:



ARBEITSBLATT ZUM „RÜCKWÄRTSARBEITEN“

Aufgabe 1: Muffins, Muffins, Muffins

Aaron hat am Wochenende Muffins gebacken. An jedem Tag der Woche nahm er drei Stück mit in die Schule, um sie mit seinen Freunden zu teilen. Als er am Freitag nach der Schule nachzählte, waren noch 18 übrig.

Wie viele Muffins hatte er gebacken?

Du kannst zum Lösen des Rätsels die Skizze benutzen!

Vorrat an Muffins, die Aaron nach der Schule zu Hause zählt:

Backtag

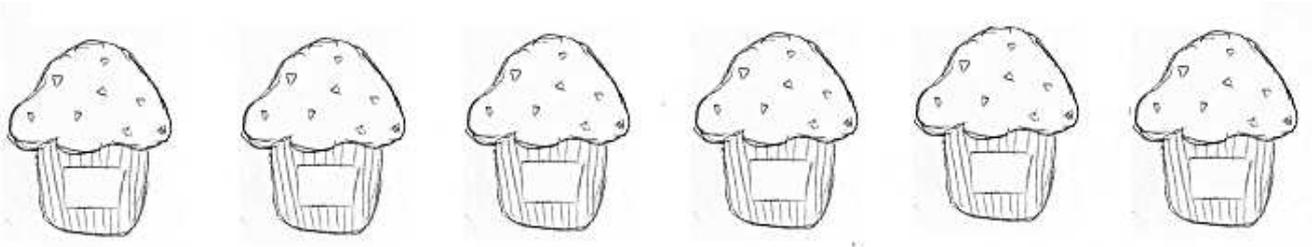
Montag
(nach der Schule)

Dienstag
(nach der Schule)

Mittwoch
(nach der Schule)

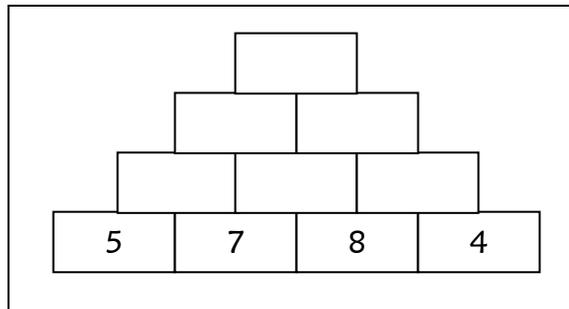
Donnerstag
(nach der Schule)

Freitag
(nach der Schule)

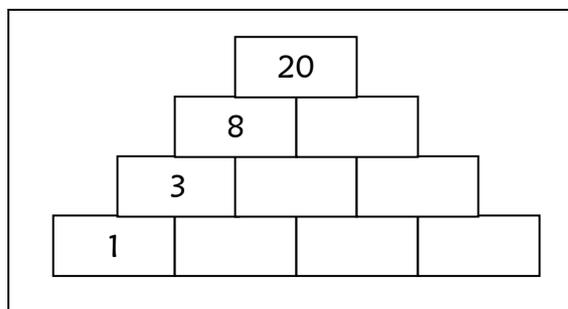


Aufgabe 2: Additionsmauern

a) Löse auf dem Blatt!



b) Löse auf dem Blatt!



c) Welche der Aufgaben a) oder b) wurde mithilfe des Rückwärtsarbeitens gelöst? Schreibe eine Erklärung in dein Logbuch.

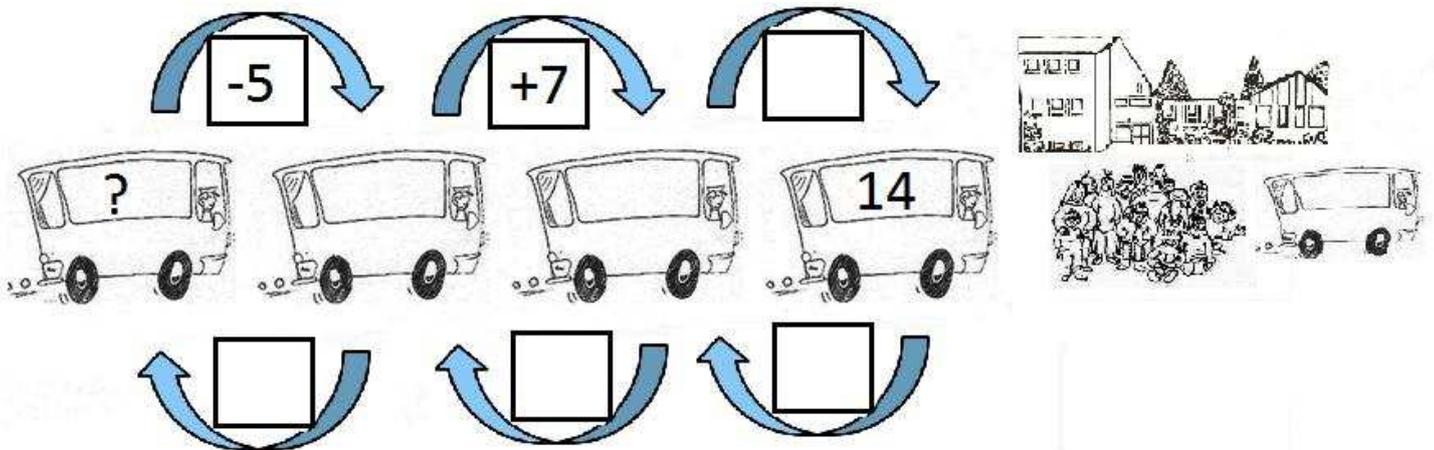
ARBEITSBLATT ZUM „RÜCKWÄRTSARBEITEN“

Wahlaufgabe: Suche dir EINE Aufgabe aus

a) Die Fahrt mit dem Schulbus

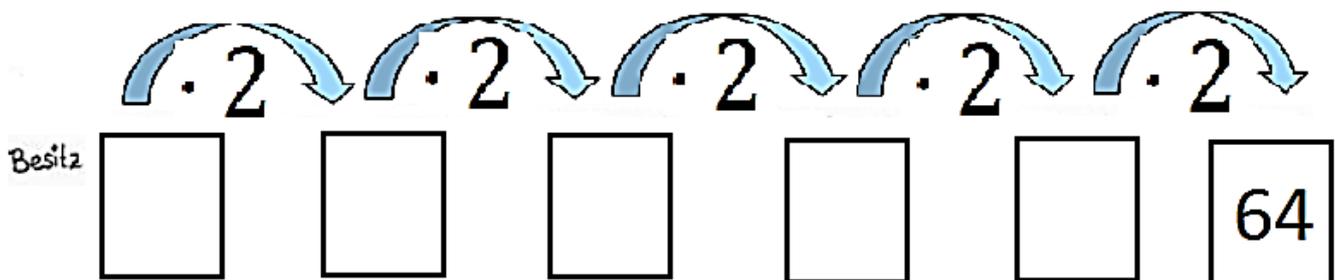
Einige Kinder steigen in den Schulbus ein: Hurra, er ist leer und alle Sitzplätze sind noch frei! An der 1. Haltestelle steigen 5 Kinder aus, die dort in die Grundschule gehen. Der Bus fährt weiter bis zur 2. Haltestelle, an der 7 Kinder einsteigen. An der 3. Haltestelle steigen 6 Kinder aus und 2 Kinder ein. Der Bus fährt weiter und endlich ist das Gymnasium in Sicht: Alle 14 Kinder steigen aus dem Bus aus und der nun wieder leere Bus düst davon.

- 1) Wie viele Kinder sind am Anfang eingestiegen? Du kannst hierzu die Skizze auf dem Blatt nutzen.
- 2) Beschreibe in deinem Logbuch, wie du vorgegangen bist!



b) Heute darfst du Aufgabenschreiber sein! (im Logbuch)

- 1) Denke dir zu der Skizze eine eigene Aufgabe zum Rückwärtsarbeiten aus!
- 2) Löse deine Aufgabe! Du kannst hierfür auch die Skizze auf dem Blatt nutzen!



c) Heute darfst du Erfinder sein! (im Logbuch)

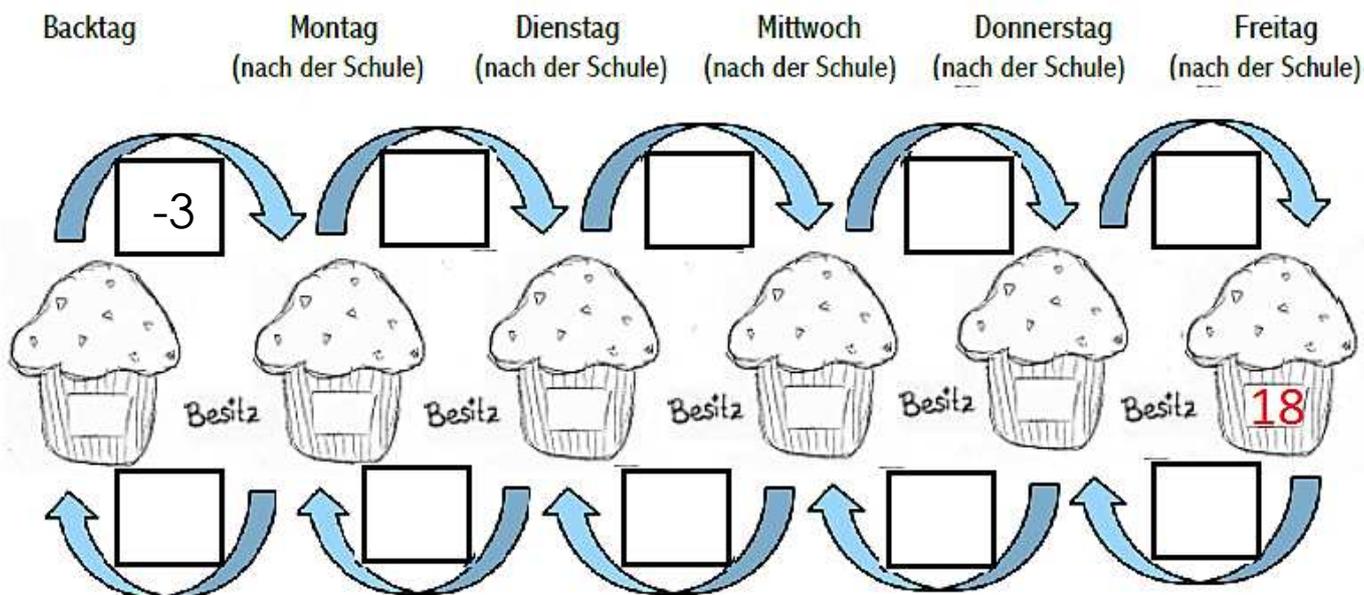
- a) Denke dir selbst eine Aufgabe zum Rückwärtsarbeiten aus.
- b) Entwirf eine passende Skizze zu deiner Aufgabe.
- c) Löse deine Aufgabe!



Tippkarte zu „Muffins, Muffins, Muffins“



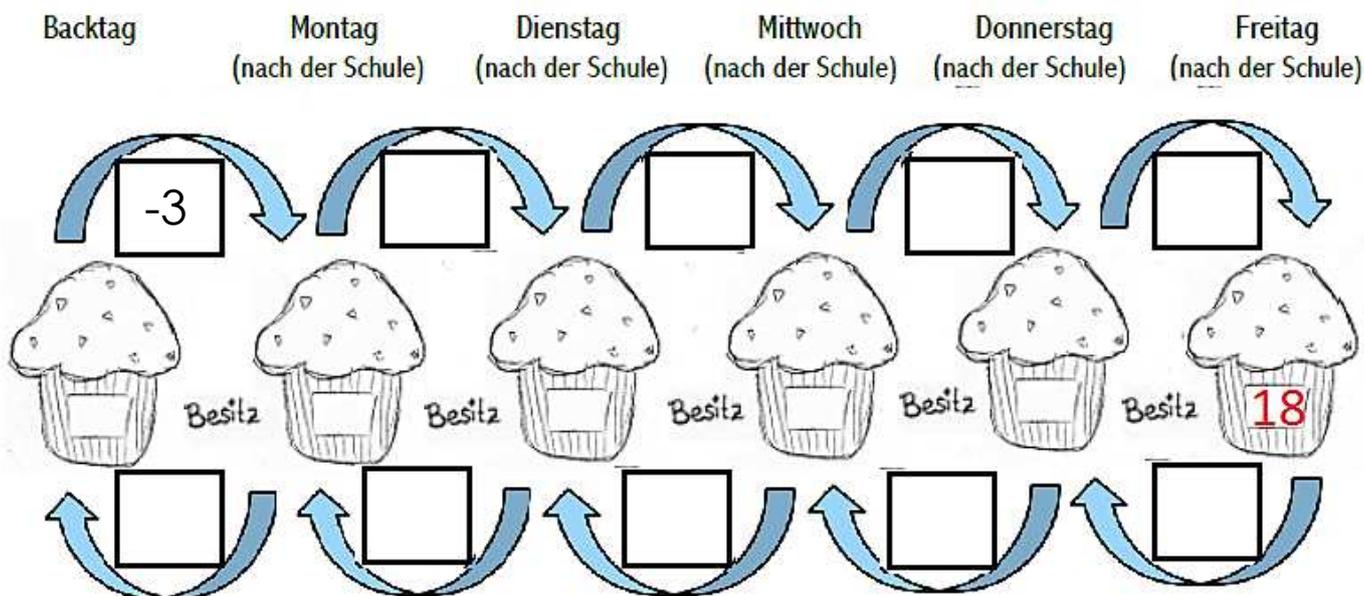
Fülle die Lücken in der Skizze. Wenn du nicht weiterweißt, denke an die 5-Tore Aufgabe!



Tippkarte zu „Muffins, Muffins, Muffins“



Fülle die Lücken in der Skizze. Wenn du nicht weiterweißt, denke an die 5-Tore Aufgabe!



Eidesstaatliche Versicherung

Ich versichere, dass ich die schriftliche Planung eigenständig verfasst, keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen benutzt und die Stellen der schriftlichen Planung, die anderen Werken dem Wortlaut oder Sinn nach entnommen sind, in jedem einzelnen Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht habe. Das Gleiche gilt auch für beigegebene Zeichnungen, Kartenskizzen und Darstellungen. Anfang und Ende von wörtlichen Textübernahmen habe ich durch An- und Abführungszeichen, sinngemäße Übernahmen durch direkten Verweis auf die Verfasserin oder den Verfasser gekennzeichnet.

Eitorf, den 09.11.2011

.....
(Sarah Halft)