

3d-Modelle im Computer

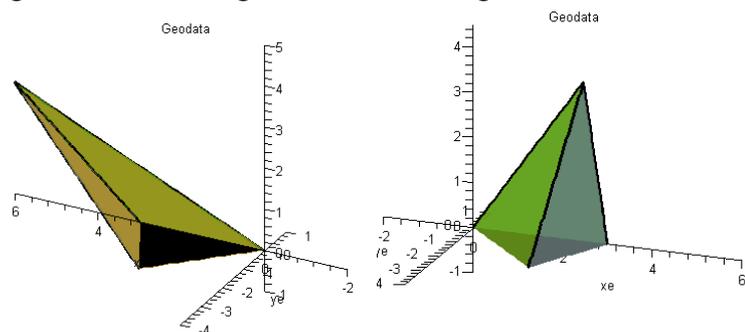


Aufgaben:

1. Legt im obigen Bild von Google-Maps ein geeignetes Koordinatensystem (KOSY) für den Grundriss des Gebäudes fest und bestimmt darin die Koordinaten wichtiger Punkte. Dabei soll insbesondere ein „Turm“ wie oben markiert vermessen werden.
2. Überlegt euch eine geeignete Erweiterung eurer Koordinaten auf drei Dimensionen und bestimmt die relevanten Koordinaten in einem dreidimensionalen KOSY unter Verwendung eurer Messdaten.
3. Startet nun die Geogebra-3d Version und gebt die Eckpunkte eines Turmes ein. Lasst die Randflächen als Vielecke darstellen. Passt die Farben entsprechend sinnvoll an, so dass sich Dach und Boden von den vier „Seitenwänden“ unterscheiden.
4. Das Gebäude weist einige Symmetrien auf. Überlegt euch, wie ihr durch Verschieben der Eckpunkte eures Turmes zu einem weiteren Turm gelangt. Zeichnet einen entsprechenden (Verschiebungs-)Pfeil in euer Koordinatensystem in der Darstellung oben ein. Definiert diesen Pfeil als dreidimensionalen Vektor (kleiner Buchstabe – statt wie bei Punkten große Buchstaben – $v = (1,2,3)$) und definiert die neuen Punkte als Addition aus den alten Punkten plus diesen (Vektor-)Pfeil ($A_2 = A + v$)

Überlegungen:

- a) Begründe, dass die Addition zweier Punkte nicht sinnvoll ist, die Addition eines Pfeiles zu einem Punkt hingegen schon. Was ist bei letzterem das Ergebnis? Wie verhält es sich bei der Addition zweier Pfeile?
- b) Durch die Pfeile werden geometrische Abbildungen beschrieben, welche?
- c) Ihr kennt (inzwischen) die Begriffe „Vektor“ und „Punkt“. Beschreibt, was Ihr unter diesen Begriffen versteht. In welchen Zusammenhängen habt Ihr die Begriffe bisher kennengelernt?
- d) Überlegt (und erklärt) was eure Aufgaben mit den Begriffen zu tun haben (könnten).
- e) Betrachte die beiden Abbildungen rechts. Sie stellen den gleichen Körper dar. Erkläre die unterschiedlichen Erscheinungsweisen.



Punkte im Raum – Verschiedene Darstellung

und Verschiebungen durch Vektoren

Anhand dieses Arbeitsblattes entstehen die Abbildungen von Punkten und Körpern im Raum in verschiedenen Projektionen. Die entstandenen Objekte werden mittels eines Vektors im Raum verschoben.



Aufgaben:

1. Informiert euch in folgendem Text über die Darstellung räumlicher Koordinatensysteme auf einem Zeichenblatt. Ordnet entsprechend die beigelegten Vorlagen zu. Stellt einen Eckturm des Nawi-Gebäudes aus euren Messwerten jeweils als Normalbild in Isometrie, Normalbild in Trimetrie und Schrägbild dar. Wählt im Schrägbild die Einheiten so, dass alle 4 Ecktürme auf das Blatt passen.

Normalbild in Isometrie

In der Zeichnung sind alle drei Einheiten gleich lang und die Winkel zwischen den Achsen 120° . Papier mit aufgedrucktem Isometrienetz erleichtert das Zeichnen.

Normalbild in Trimetrie

In der Zeichnung sind alle drei Einheiten verschieden lang. Fürs Zeichnen auf kariertem Papier eignen sich besonders solche Systeme, bei denen die Einheitsmarken auf Gitterpunkten liegen.

Schrägbild

Das Schrägbild ist eines der einfachsten Verfahren zum Zeichnen und findet auch in Abituraufgaben Verwendung. Leider sind die Darstellungen etwas verzerrt, wenn man – wie üblich – senkrecht aufs Papier schaut. Die z-Achse geht senkrecht nach oben, die y-Achse waagrecht nach rechts und x-Achse unter einem Winkel von 45° gegen die Waagrechte nach vorn.

2. Bestimmt aus euren Messdaten um welchen Verschiebungspfeil oder Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ der Eckturm jeweils verschoben werden müsste um in die drei anderen Eckpositionen zu gelangen (Drehungen können im gesamten Arbeitsblatt vernachlässigt werden). Zeichnet die Vektoren in das Schrägbild ein und gebt jeweils die Koordinaten der vorderen unteren Ecke an.
3. Formuliert eine Regel, wie man aus einem Punkt $A = (a_1|a_2|a_3)$ und einem Verschiebungsvektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ den durch Verschiebung erhaltenen neuen Punkt $B = (b_1|b_2|b_3)$ berechnet.
4. * Bestimmt aus dem Verschiebungsvektor mittels Pythagoras um welche Strecke der Eckturm in die diagonal gegenüberliegende Ecke verschoben wurde.
5. * Leitet mittels nebenstehender Zeichnung eine allgemeine Formel her um die Länge eines Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ zu bestimmen.
Tipp: Zerlegt den Vektor in zwei senkrecht zueinander stehende Vektoren.
6. * Bestimmt mit euren Ergebnissen aus 5. Die Entfernung zweier maximal entfernter Punkte eures Modells.

