Übungsaufgaben – Druck – Auftrieb - Lösung

1. Welche Größe kann man berechnen, wenn man weiß, dass ein Körper eine Auftriebskraft von 10 N hat?
   Lösung: Nach dem Archimedischen Prinzip ist die Auftriebskraft gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit. Also gilt, dass diese Gewichtskraft gleich 10 N ist.
   Damit könnte man die Masse der verdrängten Flüssigkeit auf der Erde berechnen:
   $F = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{F}{g} \approx 1kg$
   Wenn es sich um Wasser handelt könnte man auch das Volumen berechnen:
   $$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} \approx \frac{1kg}{\frac{1g}{cm^3}} = \frac{1000g}{\frac{1g}{cm^3}} = 1000cm^3 = 1dm^3 = 1l$$

2. Kann ein Körper der Masse 80kg schwimmen? Wann?
   Lösung: Ja, er kann schwimmen, wenn seine Auftriebskraft größer als seine Gewichtskraft ist. Dazu muss er nach dem Archimedischen Prinzip so viel Flüssigkeit verdrängen, dass diese mindestens die gleiche Gewichtskraft hat.

3. Eis hat bei 0° die Dichte 0,9168 kg/l. Ein würfelförmiger Eisblock von der Kantenlänge 10m schwimmt in Wasser der Dichte 1. Wie viel schaut heraus?
   a. Sinkt der Eisblock in Spiritus (geringere Dichte) oder Zuckerwasser (größere Dichte) tiefer ein?
   b. Wenn man den Eisblock komplett unter Wasser taucht und loslässt, mit welcher Kraft wird er nach oben gedrückt? Eine Skizze der Kräfte (Auftrieb und Gewichtskraft) und Überlegungen zu deren Ursache sind hilfreich.

   Lösung: Welche Größen sind gesucht? Wir können das Volumen und daraus die Masse des Eisblocks berechnen – Diese muss gleich der Masse des Verdrängten Wassers sein – daraus können wir das Volumen des verdrängten Wassers berechnen (wie in Aufgabe 1) – das restliche Volumen des Eisblocks schaut heraus.
   Werte: Volumen des Eisblocks: $V_{Eis} = (10m)^3 = 1000m^3 = 1000000dm^3 = 1000000l$
   Masse des Eisblocks: $m_{Eis} = 916800\ kg = m_{verdrängtesWasser}$
   Volumen des Wassers: $V_{verdWasser} = \frac{m}{\rho_{Wasser}} = 916800l\ \left(\text{mit } \rho_{Wasser} = \frac{1kg}{l}\right)$
   Herausschauendes Volumen des Eisblocks: 93200l (das sind knapp 10%)
   Zu a) Bei Spiritus muss mehr verdrängt werden um die gleiche Masse zu erhalten, also sinkt der Eisblock tiefer. Im Zuckerwasser umgekehrt.
   Zu b) Wenn er komplett unter Wasser ist, verdrängt er auch 1.000.000l Wasser, die ca. 1.000.000 kg wiegen, er erfährt also eine Auftriebskraft von ca 10.000.000N. Zieht man die eigene Gewichtskraft von ca. 9.168.000 N ab, so verbleibt eine Kraft von 832.000 N, die den Eisblock nach oben drückt. (Jeweils mit 10N/kg gerechnet also einer Erdbeschleunigung von $g = 10m/s^2$ in der Formel $F = m \cdot g$)

4. Ein Schiff hat angenähert den Querschnitt eines Halbkreises mit einem Durchmesser von 10m. Es ist 40m lang. Gib einen begründeten Höchstwert für die Ladekapazität des Schiffes in Tonnen an. Verwende das Archimedische Prinzip.
   Lösung: Man berechnet zunächst das Volumen des Schiffes, dies entspricht dem Volumen des verdrängten Wassers, dessen Masse man berechnen kann. Die Masse des Schiffes und der Ladung kann maximal diese Masse annehmen, da nicht mehr Wasser verdrängt werden kann. Werte:
   Volumen des Schiffs: $V = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2 \cdot l = \frac{1}{2} \cdot \pi (5m)^2 \cdot 40m \approx 1571m^3$
   Masse des Wassers dieses Volumens: $m_{Wasser} = 1571m^3 \cdot \rho_{Wasser} = 1.571.000kg$

Das Schiff kann also Maximal mit Ladung 1571 Tonnen wiegen.

5. Die Dichte der Luft beträgt auf der Erdoberfläche 1,293 kg/m^3 und verringert sich pro 5km Höhenunterschied in etwa auf die Hälfte. (Ähnlich dem Luftdruck). Kann ein Heliumballon, vom dem man annimmt das sein Volumen bzw. seine Dichte (0,179 kg/m^3) sich mit der Höhe nicht ändert auf 5, 10 bzw. 15km Höhe steigen?
    a. Wie würde sich unter realen Bedingungen der Heliumballon verändern? Tipp: Beachte den Luftdruck in unterschiedlichen Höhen.

Lösung: Der Heliumballon steigt solange auf, bis er in einen Luftbereich gleicher Dichte gelangt, da dort seine Auftriebskraft (Gewichtskraft der Verdrängten Luft) gleich seiner eigenen Gewichtskraft ist. Um die angegebenen Höhen zu prüfen kann man die Dichten der Luft in den Verschiedenen Höhen berechnen: $\rho_{Luft5km} = 0{,}6465\frac{kg}{m^3}, \rho_{Luft10km} = 0{,}32325\frac{kg}{m^3}, \rho_{Luft15km} = 0{,}161625\frac{kg}{m^3}$. Der Ballon ist also auf 5 und 10km jeweils leichter als die Luft und steigt auf, allerdings nicht bis auf 15km, denn dort ist die Luft leichter.
Zu a) Der Ballon würde sich ausdehnen, da er auf der Erdoberfläche einen größeren Aussendruck erfährt als in größeren Höhen.